

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ Μ.Ε. ΚΑΙ ΚΕΝΤΡΟ ΙΔΙΑΙΤΕΡΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ «ΚΥΡΙΤΣΗΣ»
ΧΕΙΜΕΡΙΝΟΣ ΚΥΚΛΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΩΝ

Θέματα Γ' Γενικού Λυκείου

Μάρτιος 2019

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

προσανατολισμού

ΘΕΜΑ Α

- A1. α)** Να αναφέρεται τις πιθανές θέσεις τοπικών ακροτάτων μιας συνάρτησης f που ορίζεται σε ένα διάστημα Δ . **Μονάδες 2**
β) Που αναζητούμε ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f ; **Μονάδες 2**
- A2.** Έστω f μια συνάρτηση ορισμένη σε ένα διάστημα Δ . Τι ονομάζουμε αρχική συνάρτηση της f στο Δ ; **Μονάδες 3**
- A3.** Να αποδείξετε ότι αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε είναι και συνεχής σε αυτό. **Μονάδες 8**
- A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
α) Αν μια συνάρτηση f είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, τότε είναι και γνησίως μονότονη σε αυτό.
β) Αν $f(x) = \sqrt{x}$, $x \in [0, +\infty)$, τότε ισχύει $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $x \geq 0$.
γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = -\infty$.
δ) Για κάθε συνάρτηση f που είναι συνεχής στο διάστημα $[a, \beta]$, το εμβαδόν E του χωρίου Ω που περικλείεται από την γραφική παράσταση της f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x = a$ και $x = \beta$ $E(\Omega) = \int_a^\beta f(x) dx$.
ε) Κάθε τοπικό μέγιστο μιας συνάρτησης είναι μεγαλύτερο από όλα τα τοπικά ελάχιστα της συνάρτησης. **Μονάδες 10**

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = 1 - x^2(1 - \ln x)$

- B1.** Να υπολογίσετε τα όρια $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. **Μονάδες 6**
- B2.** Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα. **Μονάδες 5**
- B3.** Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ σε δύο ακριβώς σημεία, το ένα με τετμημένη 1 και το άλλο με τετμημένη στο διάστημα $(2, e)$ **Μονάδες 6**
- B4.** Να βρείτε τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της f . **Μονάδες 3**
- B5.** Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f . **Μονάδες 5**



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ Μ. Ε.

Κυρίτσας

Κυπρίων Ηρώων 42, Β Ηλιούπολη 210 99 55 524

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ Μ.Ε. ΚΑΙ ΚΕΝΤΡΟ ΙΔΙΑΙΤΕΡΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ «ΚΥΡΙΤΣΗΣ»
ΧΕΙΜΕΡΙΝΟΣ ΚΥΚΛΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΩΝ

Θέματα Γ' Γενικού Λυκείου

Μάρτιος 2019

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} xe^x, & x \leq 0 \\ \ln(x+1), & x > 0 \end{cases}$.

Γ1. Να δείξετε ότι για την f ισχύουν οι υποθέσεις του Θ.Μ.Τ στο διάστημα $[-1,1]$.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

Μονάδες 7

Έστω F μία παράγουσα της f στο $(-\infty, 0]$ με $F(0) = 0$.

Γ3. Να μελετήσετε την F ως προς την κυρτότητα και στη συνέχεια, να δείξετε ότι

$$F(x) \leq xf(x), \text{ για κάθε } x \in [-1, 0].$$

Μονάδες 6

Γ4. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $G(x) = \begin{cases} \frac{F(x)}{x}, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[-1, 0]$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Μια συνάρτηση $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ είναι δύο φορές παραγωγίσιμη με

- $f(x) \neq 0$, για κάθε $x \in (0, +\infty)$
- $f(1) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \cdot \eta\mu \frac{1}{x} \right)$ και
- $f'(x) = \frac{f(x)}{x^2}$

Δ1. Να αποδείξετε ότι:

α. Η συνάρτηση $g(x) = f(x) \cdot e^{\frac{1}{x}}$, είναι σταθερή για κάθε $x > 0$.

Μονάδες 3

β. $f(x) = e^{\frac{1}{x}}, x > 0$.

Μονάδες 2

Δ2. Να μελετηθεί η f ως προς την κυρτότητα.

Μονάδες 4

Δ3. Να αποδείξετε ότι για κάθε $x > \frac{1}{2}$ ισχύει $e^{-\frac{1}{x}} < 4x - 1$.

Μονάδες 6

Δ4. Να υπολογισθεί το ολοκλήρωμα $I = \int_1^2 \frac{\ln f(x)}{f(x)} dx$.

Μονάδες 5

Δ5. Να βρεθεί το όριο $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x^2)}{x}$.

Μονάδες 5



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ Μ. Ε.

Κυρίτσας

Κυπρίων Ηρώων 42, Β Ηλιούπολη 210 99 55 524

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ Μ.Ε. ΚΑΙ ΚΕΝΤΡΟ ΙΔΙΑΙΤΕΡΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ «ΚΥΡΙΤΣΗΣ»

ΧΕΙΜΕΡΙΝΟΣ ΚΥΚΛΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΩΝ

Θέματα Γ' Γενικού Λυκείου

Μάρτιος 2019

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

Στο εξώφυλλο του τετραδίου να γράψετε το εξεταζόμενο μάθημα. Στο εσώφυλλο πάνω-πάνω να συμπληρώσετε τα Ατομικά στοιχεία μαθητή. Στην αρχή των απαντήσεών σας να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο και να μην γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.

Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δε θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει. Μολύβι επιτρέπεται και μόνο για πίνακες, διαγράμματα κλπ.

Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.

Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά την διανομή των φωτοαντιγράφων.

Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μετά τις .



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ Μ. Ε.

Κυρίτσας

Κυπρίων Ηρώων 42,Β Ηλιούπολη 210 99 55 524