Θέμα Α

A_1. 6ε1 31 6χ. Β.1

A_2 6ε1 14 6χ. Β.1

A_3 6ε1 72 6χ. Β.1

A_4 Σ, Λ, Λ, Σ, Λ

ΘΕΜΑ Β

x_i	v_i	$x_i v_i$	$x_i^2 v_i$
1	2	2	2
3	3	9	27
5	4	20	100
9	1	9	81
	10	40	910

Β1. α. $\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{40}{10} = 4$

β. 1, 1, 3, 3, (3), (5), 5, 5, 5, 9

$$\delta = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

γ. $$s^2 = \frac{1}{v}\left\{ \sum_{i=1} x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1} x_i v_i\right)^2}{v} \right\}$$

$$s^2 = \frac{1}{10}\left\{ 910 - \frac{40^2}{10} \right\}$$

$$s^2 = \frac{1}{10} \cdot 50 \Rightarrow s^2 = 5$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{5}$$

Β2. $$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{95\sqrt{5}}{100} > \frac{10}{100}$$

άρα δεν είναι ομοιογενές

ΘΕΜΑ Γ

$f(x) = x^2 - x + 1$

Γ1. $f'(x) = 2x - 1$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Γ2. $y - f(2) = f'(2)(x - 2)$

$f(2) = 2^2 - 2 + 1 = 3$

$f'(2) = 2 \cdot 2 - 1 = 3$

$y - 3 = 3(x - 2) \Leftrightarrow y = 3x - 6 + 3 \Leftrightarrow y = 3x - 3$

Γ3. Για τον $y'y$, $x = 0$

$y = 3 \cdot 0 - 3 = -3$

$A(0, -3)$

Για τον $x'x$, $y = 0$

$0 = 3x - 3 \Leftrightarrow 3x = 3 \Leftrightarrow x = 1$

$B(1, 0)$

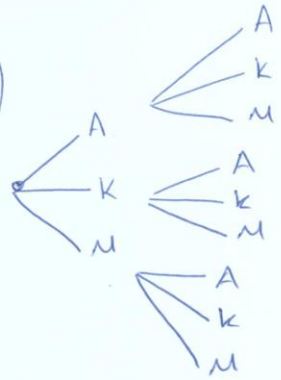
Γ4. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{x - 1} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{(\sqrt{x^2 - x + 1} - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)}$

$\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2 - x + 1 - 1}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{x(x - 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)}$

$\frac{1}{\sqrt{1^2 - 1 + 1} + 1} = \frac{1}{\sqrt{1} + 1} = \frac{1}{2}$

Άσκηση 4

Δ1)



$\Omega = \{(A,A),(A,K),(A,M),(KA),(KK),(KM),(MA),(MK),(MM)\}$

Δ2) $A = \{(AM),(KM),(MM)\}$

$B = \{(AK),(AM),(KA),(KM),(MA),(MK)\}$ ✓

Δ3) $A' = \{(AA),(AK),(KA),(KK),(MA),(MK)\}$

Άρα $P(A') = \frac{N(A')}{N(\Omega)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

$A \cap B = \{(AM),(KM)\}$

Άρα $P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \frac{2}{9}$

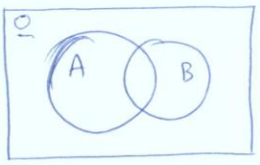
$A - B = \{(MM)\}$

Άρα $P(A-B) = \frac{N(A-B)}{N(\Omega)} = \frac{1}{9}$

$B - A = \{(AK),(KA),(MA),(MK)\}$

Άρα $P(B-A) = \frac{N(B-A)}{N(\Omega)} = \frac{4}{9}$

β) Παρατηρούμε ότι $\Gamma \cap A = \emptyset$ και $\Gamma \cap B = \emptyset$



Από το διάγραμμα Venn παρατηρούμε ότι το σύνολο Γ είναι υποσύνολο του $(A \cup B)'$.

Άρα $\Gamma \subseteq (A \cup B)' \Leftrightarrow P(\Gamma) \leq P((A \cup B)')$

Όμως $P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B)$

$= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$

$= 1 - \left[\frac{3}{9} + \frac{6}{9} - \frac{2}{9}\right]$

$= 1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$

Άρα $P(\Gamma) \leq \frac{2}{9}$

Η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει το $P(\Gamma)$ είναι $\frac{2}{9}$